

数学科学習指導案（3年）

平成26年12月4日（木）第4校時（11:55～12:45）

於 絵画室

指導者 松原 裕

松崎 清美

1 単元名 相似な図形

2 考察

(1)教材観

①学習内容：学習指導要領上の位置付け

- ・ B図形（1） 図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。
 - ア 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。
 - イ 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。
 - ウ 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめること。
 - エ 基本的な立体の相似の意味と、相似の図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解すること。
 - オ 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

②伸ばしたい（身に付けさせたい）資質・能力

- ・ 相似の意味、相似な図形の性質、相似の中心と相似の位置の意味、相似比の意味、三角形の相似条件、三角形と比、平行線と比、中点連結定理の性質の理解
- ・ 相似比と比の性質を用いて相似な図形の辺の長さを求める技能
- ・ 三角形の相似を相似条件を用いて判別する力
- ・ 三角形と比、平行線と比、中点連結定理の性質を用いて線分の長さを求める技能
- ・ 相似比を用いて平面図形の周の長さ、面積、立体の表面積、体積を求める技能
- ・ 相似を利用して距離や高さなど、具体的な場面で活用できる力
- ・ 図形の性質を三角形の相似条件、三角形と比、平行線と比の性質などを用いて筋道を立てて説明する力

③そのために必要な指導・学習活動

- ・ 相似の意味、相似な図形の性質、相似比を理解させるために簡単な図形の拡大図、縮図を取り上げ、対応する辺や角について調べさせ、それらの関係を見出させる。
- ・ 相似の中心、相似の位置にある図形の意味を理解させるために相似の中心を利用した拡大図、縮図を実際に作図をさせ、相似の中心と対応する頂点の位置関係を視覚的に捉えさせる。
- ・ 三角形の相似条件を理解させるために、三角形の合同条件と対比させながら、実際に作図させることで、実感させる。
- ・ 相似な図形を判別する力を伸ばすために相似条件を利用して相似な図形を見つける活動に取り組ませる。
- ・ 相似比、三角形と比、平行線と比、中点連結定理の性質を利用して辺や線分の長さを求める活動を行う。
- ・ 相似の考えを具体的な場面で活用できるように、距離や高さを求める活動を取り入れる。
- ・ 三角形と比、平行線と比、中点連結定理の性質を理解させる場面では常に相似な2つの三角形を提示しながら視覚的に捉えやすくする。
- ・ 相似比と面積比、体積比の関係を理解させる場面では、拡大図をかかせたり、式を利用したりして、図形と式の両方から関係を見いだす活動を行う。
- ・ 相似条件、三角形と比、平行線と比、中点連結定理などを利用して図形の性質を説明や証明する活動を取り入れることにより筋道を立てて考えたり、説明したりする力を伸ばす。

④今後の学習への活用

- ・相似比を利用して直角三角形の辺の長さや面積を求める学習
- ・円周角の定理の逆を用いて4つの点が1つの円周上にあることを証明する学習
- ・円と交わる直線でできる図形の相似を証明したり、相似比や線分の長さを求めたりする学習

(2)本単元に関わる生徒の実態及び指導方針

①既習の学習内容

- ・拡大図、縮図の意味とそのかき方、そして縮図の考えを利用して実物の長さを求めること。
- ・比、比の値の意味とその表し方、そして、比例式の性質、比例式を利用して文字の値を求めること。
- ・柱体、錐体、球の表面積と体積を求めること。
- ・合同の意味、合同な図形の性質、三角形の合同条件、直角三角形の合同条件の理解とそれらを利用して合同な三角形を判別すること。
- ・平行線の性質、平行線になるための条件を理解し活用すること。
- ・二等辺三角形の性質と二等辺三角形になるための条件、平行四辺形の性質と平行四辺形になるための条件を理解し活用すること。

②実態及び指導方針

昨年度末に行った「CRT検査」の領域別の結果は各領域とも全国平均を数ポイントずつではあったが上回っていた。本単元に関わる図形領域に関しては、「平行線や多角形の角の性質」、「図形の性質、三角形の合同、証明」が上回っていた。

今年度始めに行った「全国学力・学習状況調査」では、「数学A」の全体の正答率は全国平均よりも下回っていたが、図形領域に関しては、全国平均よりも上回っていた。一方、「数学B」の全体の正答率は全国平均よりも上回っていた。図形領域に関しても、全国平均よりも上回っていた。

以上、二つの学力検査の結果から本校の3年生の図形領域に関しての学力はほぼ平均的であるといえる。

<知識・技能 等>

- ・相似の意味と性質についてはほとんどの生徒が理解できているが、対応する頂点の順を正しくかけない生徒が3名いた。
- ・相似比を求める問題を2題出題（方眼紙上の図形、数値入りの図形）したところ、ほとんどの生徒は正答であったが、方眼紙上の図形や、数値入りの図形には誤答であった。
- ・比例式を利用して線分の長さを求める問題を2題出題したところ、ほとんどの生徒ができていた。しかし、2題とも誤答だった生徒も数名いた。
- ・三角形の相似条件を理解し、それを利用して相似な三角形を見つけることはほとんどの生徒ができていた。しかし、相似条件を正しく言えない生徒が数名いた。
- ・実際に作図をさせたり、線分の長さや角の大きさを測らせたりするなどの数学的な活動を取り入れて相似の性質を実感を伴って理解できるようにする。また、その性質が平行線の性質や合同な図形の性質などが根拠になっていることに結びつけながら指導し、理解を深める。

<思考力・表現力 等>

- ・方眼紙を用いて三角形の辺の長さを等倍する拡大図や相似の中心を利用しての拡大図はほとんどの生徒が作図できるが、白紙上に相似の中心を利用しての拡大図、縮図の作図になると相似の中心からの距離を一定の割合にできなかつたり、対応する点をとれなかつたりして、相似の図形を完成できない生徒がいる。

- ・ 三角形の相似条件については拡大、縮小した図形と合同であるという考え方から三角形の合同条件が根拠になっていることは理解できている。
- ・ 三角形の相似条件を利用して基本的な三角形の相似を説明することは多くの生徒ができていた。
- ・ 平行四辺形を2つの合同な三角形に分けるための補助線をひかせる問題ではほぼ全員が2本の対角線をひくことができた。
- ・ 筋道を立てて考えたり、説明したりできるように課題を解決する際にはその根拠となるものや既習事項を意識させる。
- ・ 表現力を高めるために、グループ活動での話し合いや全体の前で説明する場を設定する。

3 校内研究との関わり

研究主題である『確かな学力を身につけ、主体的に学ぶ生徒の育成』を受け、本校では、授業作りの基本的な考え方として「考え、表現させる授業」という共通テーマを掲げ、教科ごとに実態を踏まえ、重点内容を決めて実践に取り組んだ。

そこで、数学科では、「考え、表現させる授業」の「考え」と「表現」を分け、それぞれの重点内容を決めた。

「考え」では、「明確な課題設定」と「考える場の設定」という二つの場の設定を確保することを重点に考えた。

まずは本時の学習課題を明確に捉えさせることが学習意欲、課題解決意欲につながると考えた。そして既習内容を利用して課題解決させる場と時間の確保が「表現」につながると考えた。

そこで、単元や本時の学習の導入では、学習意欲、課題解決意欲を高め、明確に課題をつかませる提示の仕方を工夫する。そして、既習事項を利用して自己解決できる場と時間の確保、個への支援をすることが重要であると考えた。

次に、「表現」では、表現の段階を次の4つに分けた。

(1) 考えをもつ。

○ 自分の方法や考えで答えを求める、選択する、正誤を決める、など、自分なりに答えを出せればよい。

(2) 考えを伝える。

○ 自分の解き方や考えを友達に言葉で伝える。ノートに書く。

○ 解き方の基になる根拠は言えなくてもよい。

(3) 既習事項を用いて説明する。

○ 自分なりの根拠を基に説明することができる。

○ 教師に補足されながらも自分で説明できる。

(4) 適切な根拠を示して説明する。

○ 適切な根拠を用いて説明することができる。

(4)の「表現」を完成形とするが、授業の中では、個々の生徒の実態に応じて「表現」する能力のレベルアップを図れるよう、生徒に考えさせる場、発表させる場の設定をする。また、説明の仕方について教師が説明の仕方の見本を提示したり、他の生徒の説明、発表を聞くことで説明の仕方の指導を行う。

本単元では、学習課題を明確にして学習意欲を高め、既習事項を活用して自己解決を図る場を設定した。また、グループで話し合う場、全体の前で発表させる場を設定し、根拠となることがらをもとに説明させることで表現力を高めていきたいと考える。

4 単元の目標

観察、操作や作図などの数学的活動を通して、相似の意味と性質についての理解を深めるとともに、既習事項を用いて図形の性質を論理的に確かめたり、筋道を立てて説明したりする力を伸ばす。

5 評価規準及び指導の計画概要（全20時間予定）

評価規準	数学への 関心・意欲・態度	三角形の相似条件や平行線と比の性質に関心を持ち、それらを利用して図形の基本的な性質を説明したり、日常生活の具体的な場面で活用しようとしている。						
	数学的な見方や考え方	相似の性質や三角形の相似条件を見だし、その性質が三角形と比、平行線と比の性質の根拠となっていることを理解している。また、相似比と面積比、体積比の関係を図や式を利用して説明することができる。						
	数学的な技能	相似の性質、三角形と比、平行線と比の性質を用いて線分の長さを求めることができる。また、相似比を利用して実物の距離や高さ、面積、体積を求めることができる。						
	数量や図形など についての知識・理解	相似の性質、三角形の相似条件、三角形と比、平行線と比、中点連結定理を理解している。						
時間	主な 内容	伸ばしたい（身につけさせたい）資質・能力		主な学習活動	関	見	技	知
		知識・技能 等	思考力・表現力 等					
第1 ～ 8時	相似な 図形	<ul style="list-style-type: none"> 図形の相似、相似の中心、相似の位置、相似比の意味を理解 三角形の相似条件の理解 相似比を求めたり、相似比を利用して辺の長さを求めたりする技能 相似の中心を使って拡大図、縮図を作図する技能 相似の考えを利用して距離や高さを求める技能 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の相似条件を見だし、それを利用して相似な図形を証明したり、図形の性質を説明したりする力 具体的な問題を比の性質を利用して求められることを説明する力 	<ul style="list-style-type: none"> 相似の意味と性質、相似比の意味を知る。 相似の中心、相似の位置の意味を知り、それを利用して拡大図、縮図を作図する。 相似比を利用して辺の長さを求める。 相似比を利用して実際の距離や高さを求める。 	○	○	○	○
第9 ～ 15時	平行線 と比	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比の性質、平行線と比の性質、中点連結定理の意味の理解 三角形と比の性質、平行線と比の性質、中点連結定理を利用して線分の長さを求める技能 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比、平行線と比、中点連結定理の性質を相似の性質を根拠に説明する力 平行線と比の性質を利用して線分を等分したり、図形の性質を証明したりする力 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形と比の性質を知りそれを利用して辺の長さを求める。 中点連結定理を知り、それを利用して図形の性質を証明する。 平行線と比の性質を知り、それを利用して線分の長さを求めたり、図形の性質を 	○	○	○	

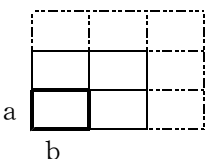
第16 ～ 20時	相似な 図形の 面積と 体積 (本時 第1時)	<ul style="list-style-type: none"> 相似比と面積比の関係を理解 相似比を利用して面積を求める技能 立体の相似の意味を理解 相似比と体積比の関係を理解 相似比を利用して体積を求める技能 具体的な問題を相似比を利用して求める技能 	<ul style="list-style-type: none"> 相似比と面積比、体積比の関係を図や数式を利用して証明する力 中点連結定理、三角形と比、平行線と比の性質を利用して合同な三角形に分ける力 身の周りの問題を相似比を利用して求められることを説明する力 	証明したりする。 <ul style="list-style-type: none"> 相似な平面図形の相似比と面積比の関係を調べる。 平面図形の周や面積を相似比を利用して求める。 立体の相似について知る。 相似な立体の相似比と表面積の比、体積比の関係を調べる。 立体の表面積や体積を相似比を利用して求める。 具体的な問題を立体の相似比を利用して解く。 	○	○	○	○
-----------------	--	---	---	--	---	---	---	---

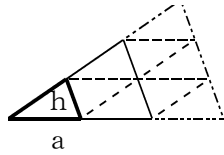
6 本時の学習 (16 / 20)

(1)ねらい 相似な図形の相似比と面積比の関係を図や式から見いだすことができる。

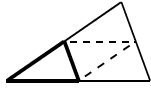
(2)準備 ワークシート、方眼黒板、図形(四角形)

(3)展開

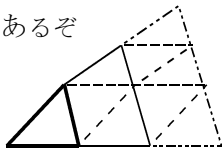
学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導上の留意点及び支援・評価 (◎努力を要する生徒への支援 ◇評価)
1 本時の学習課題を確認する。  <ul style="list-style-type: none"> 長方形の縦、横をそれぞれ2倍、3倍すると面積は4倍、9倍になるぞ。 	5分	<ul style="list-style-type: none"> ◎ワークシートの長方形の縦、横をそれぞれ2倍、3倍した長方形をかかせ、相似比と面積の関係を調べることを意識づける。 ◎2倍の場合はもとの長方形が4つ、3倍の場合は9つあることを確認する。 ◎式でも表し、$a b$、$4 a b$、$9 a b$となり、4倍、9倍になることを確認する。 ◎長方形は4倍、9倍になることを確認し、一般化させるために他の図形についても考えていくことを知らせる。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> [学習課題] 相似な図形の辺の長さを2倍、3倍、・・・したときの面積を調べよう。 </div>		
2 見通しをもち、学習課題を追究する。(面積が何倍になるかを考える。) <ul style="list-style-type: none"> 三角形はどうか... 2倍、3倍の拡大図を作図してみよう。 	10分	<ul style="list-style-type: none"> ◎多角形の基本である三角形を提示し、各辺の長さを2倍、3倍した三角形をかかせ、もとの三角形との面積の関係を調べさせる。 ◎方眼紙を利用することで、次の点で生徒の課題解決の支援を行う。 <ul style="list-style-type: none"> ・2倍、3倍の拡大図が作図しやすい。 ・もとの三角形と合同な三角形に分解するための補助線がひきやすい。



・ 2倍の拡大図は中点連結定理の学習でやったぞ……。合同な三角形が4つあったぞ。



・ 3倍は三角形と比の性質を利用してできそうぞ。合同な三角形が9つあるぞ



・ 三角形の面積の公式を利用すると $\frac{1}{2}ab$ 、 $2ab$ ($\frac{4}{2}ab$)、 $\frac{9}{2}ab$ 面積はやっぱり4倍、9倍になるぞ

30

・ 三角形の面積を計算で求めやすい。

○もとの三角形を2倍に拡大した三角形の中には4つ3倍に拡大した三角形の中には9つあるだろうという見通しをもたせて補助線をひかせる。

◎課題が解決できない生徒にはT2が次のような支援を行いながら机間支援を行う。

・ 中点を結ぶ補助線をひかせ、もとの三角形と合同な三角形を4つかかせる。(中点連結定理の利用)
・ 方眼を利用して面積を求めさせる。

○3倍の拡大図は発展問題と考え、多くの生徒が2倍の拡大図を解決できたら一斉指導の中で3倍の拡大図は面積が9倍であることを確認する。

○解決できた生徒に解決方法を板書させ、説明させる。生徒の説明を補足する形で既習事項の中点連結定理三角形と比の性質が利用されていることを確認する
(図) 左の生徒の反応の図

〈式〉 もとの三角形の面積： $\frac{1}{2}ab$

2倍の拡大図の三角形の面積： $2ab$ ($\frac{4}{2}ab$)

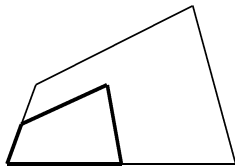
3倍の拡大図の三角形の面積： $\frac{9}{2}ab$

○図形と式の両方で4倍、9倍になることを理解させ、次の四角形の場合に考え方をつなげ、生徒の課題解決意欲を高める。

3 四角形でも4倍、9倍になることを説明する。

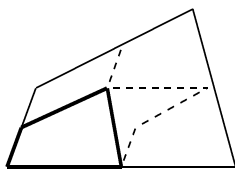
○自分で考える。

・ 三角形はもとの三角形が4つ入ったけど、四角形は入らないぞ



4つ入れる方法を考えよう。

・ 切れば入るかも……



・ 四角形を対角線をひいて、

分

○四角形を提示し、三角形での方法を参考に4倍、9倍になることを自分で説明できるようにする。

・ まず、2倍の拡大図だけをかかせ、もとの三角形の面積の4倍になることを考えさせる。

○長方形、三角形は拡大図にもとの図形と合同な図形が4つ入ったことを確認し、工夫して4つ入れることを投げかける。

○式で説明することは方眼がないと難しいことを確認し、図形で説明することを告げる。

○拡大図にもとの図形をそのまま4つ入れることはできないことを黒板で示し、形を変えるなどの工夫をして入れることを告げる。

○個人で考えさせた後、4人グループで考えさせる。

・ 解決できた班には根拠となる性質等も確認させておく。

・ 中点連結定理、三角形と比の性質を意識させる。

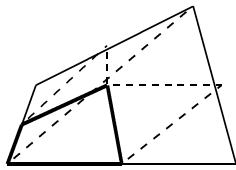
○拡大図にもとの図形を4つ入れることを課題とする

・ 拡大した図形を各班に配り、折ったり、切ったりすることを認める。

・ 三角形の場合で考えた方法が使えないかと投げかける。

◎進まないグループにはもとの四角形を切ってあては

二つの三角形に分ければ・・・



・三角形と同じように考えられるんだ。

・この方法を使えば他の多角形も同じ考えでできるんだ。

めるように支援する。

- ・T2がグループに入って支援したり、一緒に活動したりする。

○解決できた班、生徒を指名して黒板を使って説明させる。

- ・切ってあてはめる方法
- ・対角線をひき、三角形に分ける方法

の2つを紹介する。

◇対角線や中点を結ぶ補助線をひいて、拡大した四角形の中にもとの四角形が4つ分あることを示し説明することができる。

(発表、ワークシート)【数学的な見方・考え方】

○三角形に分ける方法を説明させるときは、中点連結定理の学習を意識させながら説明させる。

○全員に対角線をひかせ、分けた三角形がそれぞれ4つあることを作図させ、理解させる。

○三角形に分ければどんな多角形も同様に説明できることを理解させる。

○時間に余裕があるときは、3倍の拡大図は面積が9倍になることを一斉指導する。

4 本時の学習を振り返り、まとめる。

<表れてほしい生徒の意識>

- ・辺の長さを2倍、3倍にすると面積は4倍、9倍になるぞ。
- ・三角形に分けたり、式を使えばいいんだ。
- ・中点連結定理や三角形と比の性質が使われているんだ。

5
分

○相似比と面積比の関係を整理しながら学習を振り返らせ、ワークシートにまとめさせる。

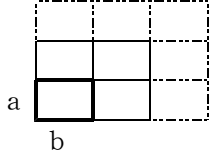
○相似比が1:2:3のとき面積比は1:4:9となること、すなわち相似比の2乗になることを図や式の両方で理解させる。

○円の場合はどうなのかの投げかけを行うことで、次時への学習意欲を高める。

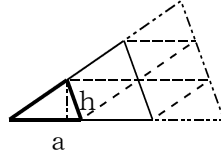
7 板書計画

相似な図形の辺の長さを2倍、3倍、
 …したときの面積を調べよう。

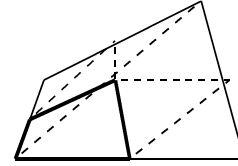
〈長方形〉



〈三角形〉



〈四角形〉



相似比	1	2	3	1	2	3	1	2
(式)	$a b$	$4 a b$	$9 a b$	$\frac{1}{2} a b$	$2 a b$	$\frac{9}{2} a b$		
		4倍、9倍になる。		4倍、9倍になる。			4倍、9倍になる。	

辺の長さを2倍、3倍に拡大した図形の面積は
 4倍、9倍、になる。



面積比は相似比の2乗に等しい